

1



**Bartłomiej Bychawski (Mrozów)**

*Szczególne podgrupy skończonego indeksu w grupie warkoczy  $B_3$*

Moja praca zajmuje się zagadnieniami z Teorii Grup. Dziedziny matematyki zajmującej się grupami, które możemy rozumieć jako uogólnienie systemów liczbowych, w których wykonujemy określone działanie. Działanie to może być na przykład mnożeniem czy dodawaniem, musi ono jedynie zachowywać podstawowe własności, umożliwiające jakiegokolwiek rachunki. W pracy zajmuję się grupą różnorodności trójwymiarowej, dokładniej grupą dopełnienia węzła trójlistnika. Różnorodność to przestrzeń, która lokalnie wygląda jak powszechnie znana przestrzeń  $\mathbb{R}^n$  (n-wymiarowa przestrzeń rzeczywista). Różnorodnością nazwiemy na przykład kartkę papieru, może być wygięta, co więcej, może mieć sklejone końce. Studiowanie takich obiektów jest przydatne nawet w fizyce teoretycznej. Grupa różnorodności pomaga w badaniu jej struktury.

Wnioskowanie niektórych własności takich grup bezpośrednio okazuje się jednak bardzo wymagające. W tym celu wprowadzono poję-

cie wirtualności, którym określa się podgrupy skończonego indeksu, czyli podgrupy sporych rozmiarów w porównaniu do tej którą badamy. Podgrupy takie nieraz mają prostszą formę, przez co są łatwiejsze w badaniu. Matematycy dostrzegając ilość wyników na takich podgrupach stworzyli twierdzenia pozwalające wnioskować z własności podgrup wirtualnych, własności badanej grupy. Właśnie tego dotyczy ta praca, poszukuje ona łatwo prezentowanych podgrup wirtualnych.

Kluczowa w badaniach mojej pracy okazuje się grupa będąca jądrem „naturalnego” homomorfizmu badanej grupy do grupy permutacji zbioru 3 elementowego. Badana grupa jest bowiem grupą „warkoczy” na 3 włosach, czyli wszystkich możliwych zaplątań tych włosów. Łatwo zobaczyć, że każde zaplątanie zmienia jakąś kolejność włosów względem ich stanu przed zaplątaniem. Stąd pomysł rozważenia jądra takiego homomorfizmu. Praca zawiera także wyniki negatywne na pytania, czy jakaś podgrupa wirtualna może być konkretniej, podanej w pracy postaci. ■