

# Parametryczny podział częstotliwości

Michał Karpiński i Konrad Banaszek

Wydział Fizyki UW, ul. Hoża 69, 00-681 Warszawa

E-mail: [Michal.Karpinski@fuw.edu.pl](mailto:Michal.Karpinski@fuw.edu.pl), [Konrad.Banaszek@fuw.edu.pl](mailto:Konrad.Banaszek@fuw.edu.pl)

Natężenie światła emitowanego przez lasery jest tak duże, że w oświetlanych nim ośrodkach dielektrycznych mogą zachodzić zjawiska nieliniowe. Jednym z takich zjawisk jest *parametryczny podział częstotliwości*. Jeśli ośrodek oświetlany jest laserową wiązką pompującą o częstotliwości kołowej  $\omega_p$  i wektorze falowym  $\mathbf{k}_p$ , pojedynczy foton z wiązki może spontanicznie rozpaść się na parę fotonów, z których jeden, zwany tradycyjnie sygnałowym (ang. *signal*) ma częstotliwość  $\omega_s$  i wektor falowy  $\mathbf{k}_s$ , zaś drugi, zwany jałowym (ang. *idler*) częstotliwość  $\omega_i$  i wektor falowy  $\mathbf{k}_i$ . Określenia „sygnałowy” i „jałowy” dla wyprodukowanych fotonów są umowne, gdyż ich role są całkowicie symetryczne. Generowane fotony spełniają warunek wynikający z zasady zachowania energii

$$\omega_s + \omega_i = \omega_p, \quad (1)$$

oraz warunek dopasowania fazowego:

$$\mathbf{k}_s + \mathbf{k}_i = \mathbf{k}_p. \quad (2)$$

Dzięki tym warunkom pary generowanych fotonów wykazują silne korelacje w częstotliwościach i kierunkach propagacji. Korelacje te można wykorzystać w spektroskopii, obrazowaniu i innych zastosowaniach. Przedmiotem warsztatów będzie ustawienie źródła par fotonów i pomiar ich własności.

Do budowy źródła par fotonów użyjemy *jednoosiowego kryształu dwójłomnego*. W ośrodku takim dla danego kierunku rozchodzenia się światła występują dwa różne współczynniki załamania. Jeden ze współczynników załamania, odpowiadający *promieniowi zwyczajnemu*, jest taki sam dla dowolnego kierunku propagacji. Będziemy go oznaczać  $n_o^\omega$ , gdzie jawnie zaznaczyliśmy zależność od częstotliwości  $\omega$ . Drugi współczynnik załamania, określony dla *promienia nadzwyczajnego*, zależy od kąta  $\theta$ , jaki wektor falowy tworzy z pewnym szczególnym kierunkiem zwanym *osią optyczną* kryształu. Zależność ta jest dana jawnie wzorem

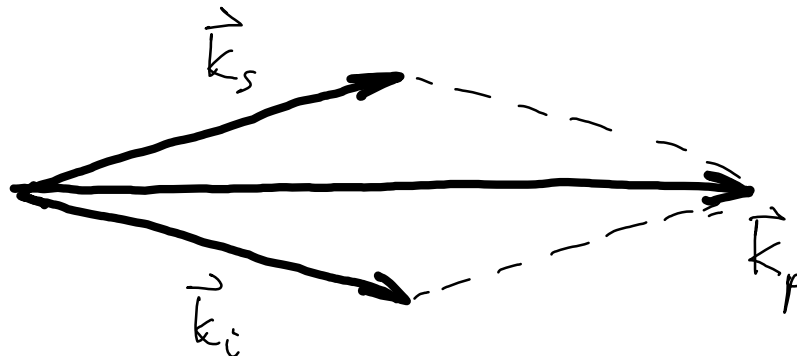
$$n^\omega(\theta) = \left( \frac{\cos^2 \theta}{(n_o^\omega)^2} + \frac{\sin^2 \theta}{(n_e^\omega)^2} \right)^{-1/2} \quad (3)$$

gdzie  $n_o^\omega$  oraz  $n_e^\omega$  są współczynnikami załamania promienia zwyczajnego i nadzwyczajnego dla  $\theta = 90^\circ$ .

Zajmijmy się przypadkiem, kiedy obydwa fotony są wygenerowane jako promienie zwyczajne i mają taką samą częstotliwość  $\omega_s = \omega_i = \omega$ , zaś wiązka pompująca o częstotliwości  $2\omega$  propaguje się jako promień nadzwyczajny. Wektory falowe mają zatem długość

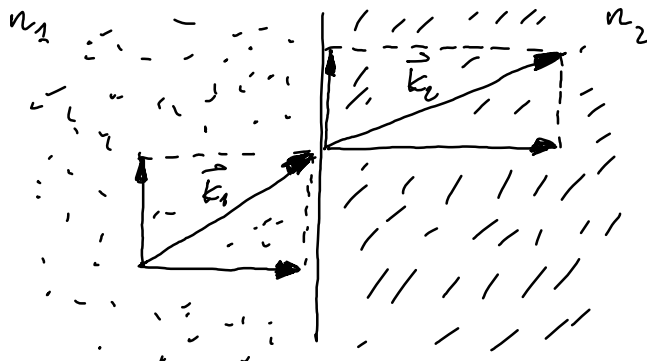
$$|\mathbf{k}_s| = |\mathbf{k}_i| = \frac{n_o^\omega \omega}{c}, \quad |\mathbf{k}_p| = \frac{n_e^{2\omega}(\theta) 2\omega}{c}. \quad (4)$$

Widać stąd, że gdy  $n_o^\omega > n_e^{2\omega}$ , wektory falowe fotonów sygnałowego i jałowego tworzą stożek, którego osią symetrii jest wektor falowy wiązki pompującej.

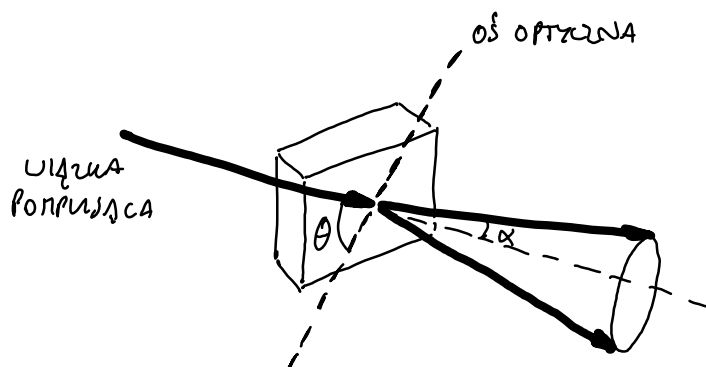


## Zadania przygotowawcze

1. Dla fali elektromagnetycznej przechodzącej pomiędzy dwoma izotropowymi ośrodkami dielektrycznymi o współczynnikach załamania  $n_1$  oraz  $n_2$  zachowane są częstość i składowa wektora falowego równoległa do granicy rozdzielającej ośrodki. Pokazać, że wynika stąd prawo Snella dla załamania promienia świetlnego.



2. Dla kryształu beta-boranu baru (ang. *beta-barium borate*, BBO) narysować w funkcji długości fali wiązki pompującej z przedziału pomiędzy 300 nm oraz 600 nm kąt  $\theta$ , dla którego warunek dopasowania fazowego zachodzi dla współliniowych wektorów falowych  $\mathbf{k}_s$ ,  $\mathbf{k}_i$  oraz  $\mathbf{k}_p$  przy założeniu, że fotony sygnałowy i jałowy mają taką samą częstość. Zależność współczynników załamania od długości fali jest określona wzorami Sellmeiera, które można znaleźć np. na stronach producentów BBO.
3. Obliczyć kąt  $\alpha$  półotwarcia stożka dla fotonów wychodzących z kryształu w funkcji kąta  $\theta$ , gdy ośrodkiem nieliniowym jest kryształ BBO pompowany światłem o długości fali  $\lambda = 405$  nm. Zakładamy, że dla każdego kąta  $\theta$  kryształ jest wycięty tak, że wiązka pompująca pada prostopadłe do jego powierzchni.



4. Dla poprzedniego problemu, w jakich kierunkach będą emitowane fotony o różnych częstościach pochodzące z par dla których  $\omega_s \neq \omega_i$ ? Przedstawić na wykresie, jak długość fali emitowanych fotonów zależy od kąta emisji względem wiązki pompującej, gdy kryształ jest ustawiony tak, że pary fotonów o zdegenerowanej długości fali 810 nm wychodzą pod kątem  $3^\circ$  tejże wiązki.

## Literatura

- [1] J. Petykiewicz, *Wybrane zagadnienia optyki nieliniowej*.
- [2] P. Chmela, *Wprowadzenie do optyki nieliniowej*.
- [3] A. Yariv, *Quantum Electronics*.
- [4] Internet